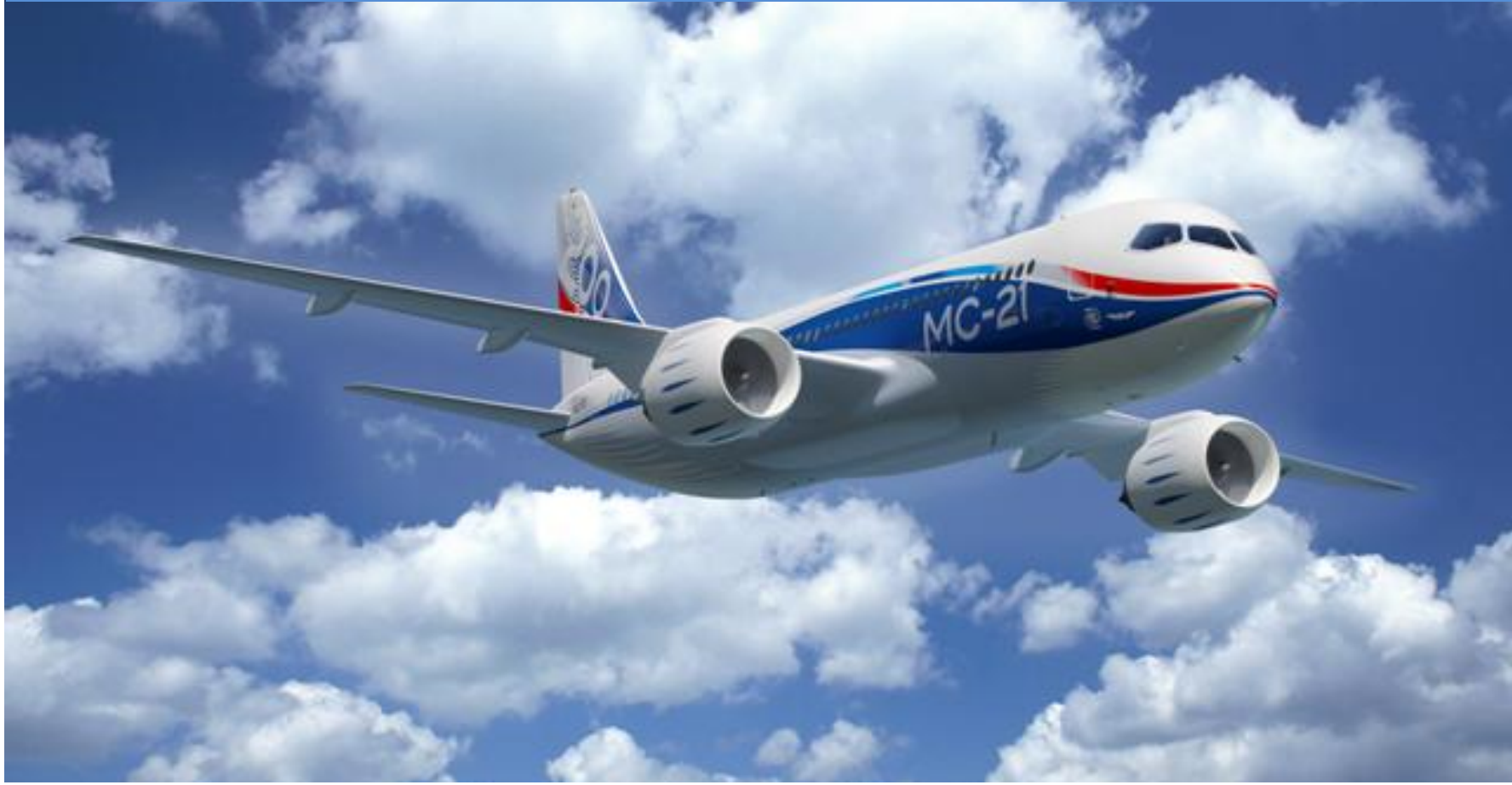


# Навигационно-пилотажные приборы ПНК



# Сроки

Время лекций: Четверг 15.40-17.15 (17.25 - 18.10)

Аудитория: 413ю

Лекция					
Пилотажно-навигационные Приборы ПНК	<i>Д.Т.Н. профессор Окоёмов Барит Николаевич</i>	01	10.02.2011	05	10.03.2011
		02	17.02.2011	06	17.03.2011
		03	24.03.2011	07	24.03.2011
		04	03.03.2011		
Глобальные спутниковые навигационные системы (ГСНС)/ Современные ПНК	<i>Братанов Дмитрий Александрович dm.bratanov@gmail.com</i>	л1	31.03.2011	л5	28.04.2011
		л2	07.04.2011	л6	12.05.2011
		л3	14.04.2011	л7	19.05.2011
		л4	<b>21.04.2011</b>	л8	26.05.2011
		дз	05.05.2011	<b>Зачет</b>	



# Лекция 4. Линейные разности, модели погрешностей

---

1. Двойные разности
2. Тройные разности
3. Линейные комбинации
  1. Ionosphere-free Linear Combination
  2. Geometry-free Linear Combination
  3. Widelane Linear Combination
  4. Melbourne-Wubbena Linear Combination
  5. Multipath Linear Combination
4. Атмосферные преломления



# RINEX file

---

RINEX (*Receiver Independent Exchange Format*) 3.01 format

- 1. Observation data File
- 2. Navigation message File
- 3. Meteorological data File



# Уравнения наблюдений

**Уравнения наблюдений фазы** (phase observation equation), включая ошибки часов, атмосферные задержки и ошибки измерений, для двух несущих частот:

$$L_{1r}^s = \rho_r^s + c\delta t_r - c\delta t^s + T_r^s - I_r^s + \lambda_1(N_{1A}^j - \alpha_1^j + \alpha_{1A}) + \varepsilon_{1r}^s$$

$$L_{2r}^s = \rho_r^s + c\delta t_r - c\delta t^s + T_r^s - \frac{f_1^2}{f_2^2} I_r^s + \lambda_2(N_{2A}^j - \alpha_2^j + \alpha_{2A}) + \varepsilon_{2r}^s$$

Geometric                      Clock                      Tropo-                      Iono-  
range                              corections                      sphere                      sphere

**Уравнения наблюдений псевдорасстояний** (pseudorange observation equation), включая ошибки часов, атмосферные задержки и ошибки измерений, для двух несущих частот:

$$P_{1r}^s = \rho_r^s + c\delta t_r - c\delta t^s + cb_{1r} - cb_1^s + T_r^s + I_r^s + E_{1r}^s$$

$$P_{2r}^s = \rho_r^s + c\delta t_r - c\delta t^s + cb_{2r} - cb_2^s + T_r^s + \frac{f_1^2}{f_2^2} I_r^s + E_{2r}^s$$

Примечательны:

1. разные знаки ионосферной компоненты (увеличение фазы, но запаздывание для псевдорасстояний)
2. Геометрия, коррекции часов и тропосферы одинаковы во всех уравнениях



# Единичные разности

---

The assumption is that the receiver measure at the same epoch. In fact, all GPS receivers on the globe measure *within 1 ms at the same time*.

- The satellite clock correction is *not eliminated perfectly*.
- The two reasons for this are that
  - the two receivers may not measure at exactly the same epoch, and
  - even if the receiver measure synchronously the light travel time from the satellite may be different.
- In case of SA *the variations of the satellite clock may be some 300 ns (corresponding to 100 m) in some 5 minutes*.
- If the receivers measure within 1 ms the effect of SA on *short baselines is reduced to*
- The effect of SA on long baselines is usually not considered. Since SA is permanently switched off modeling of the effect is no longer necessary.



# Единичные разности

---

Единичная разность содержит только разности ошибок орбит, ионосферные и тропосферные коррекции.

Влияние этих ошибок практически полностью устраняется при малых базах, поскольку пути сигналов от спутника к двум приемникам проходят через близкие атмосферные области.

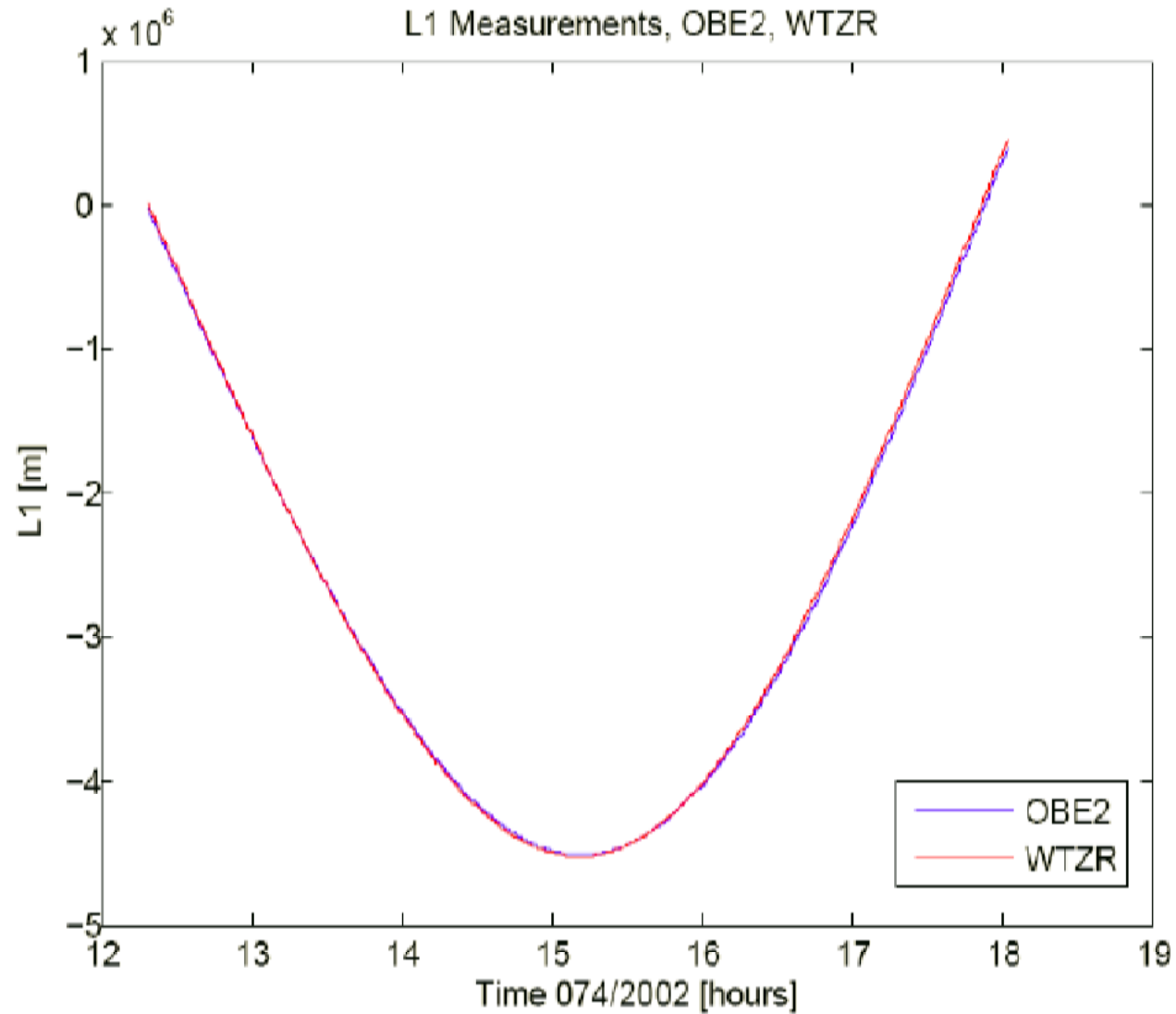
Не устраняются ошибки обусловленные геометрией антенны (напр. multipath эффект).

Шум единичных разностей измерений возрастает в  $\sqrt{2}$  раза относительно оригинальных измерений.

$$\sigma(\Delta\varepsilon_{kl}^i) = \sqrt{\sigma^2(\varepsilon_k^i) + \sigma^2(\varepsilon_l^i)} \cong \sqrt{2\sigma^2(\varepsilon_k^i)} = \sqrt{2}\sigma(\varepsilon_k^i)$$

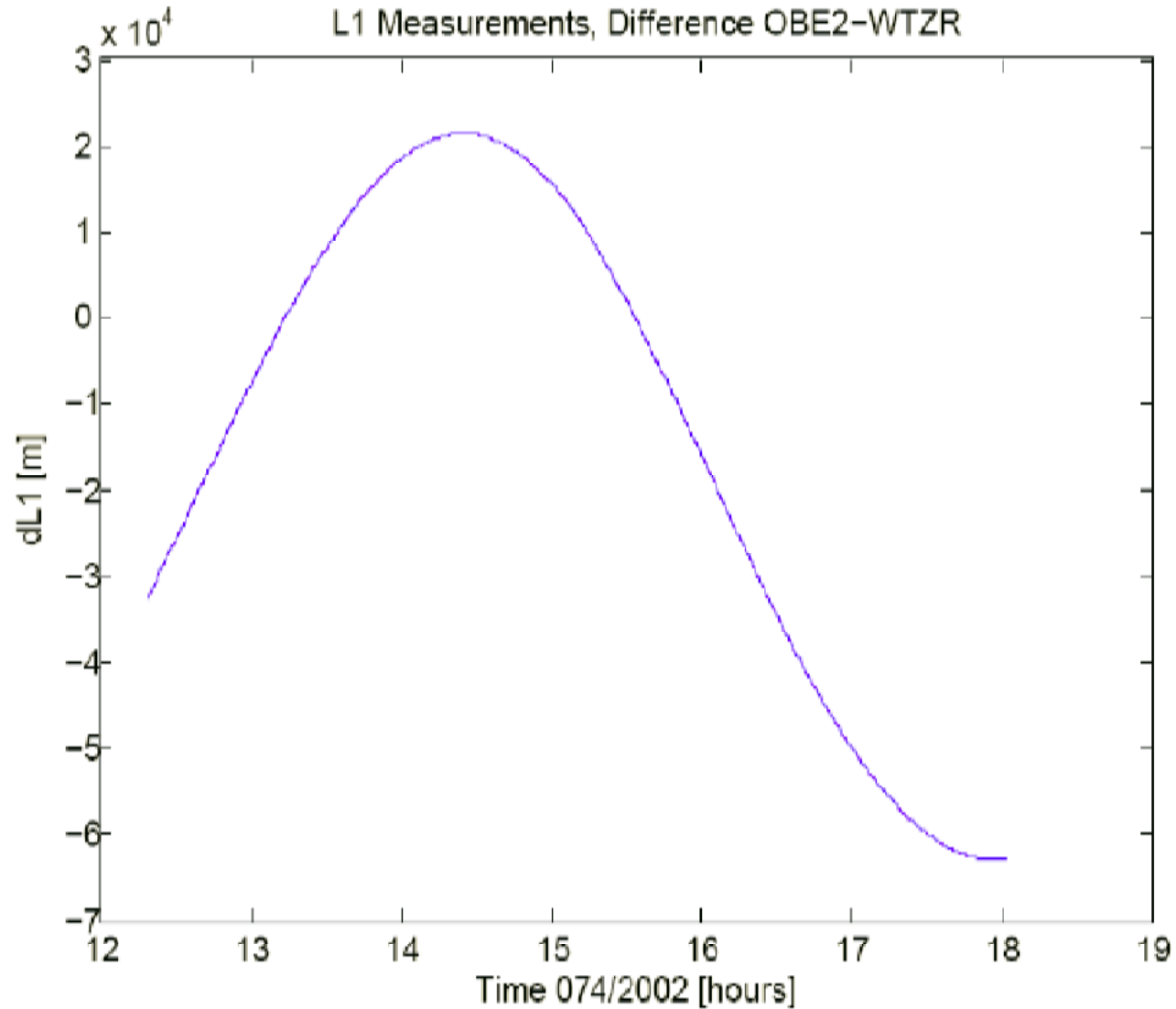


# Единичные разности





# Единичные разности



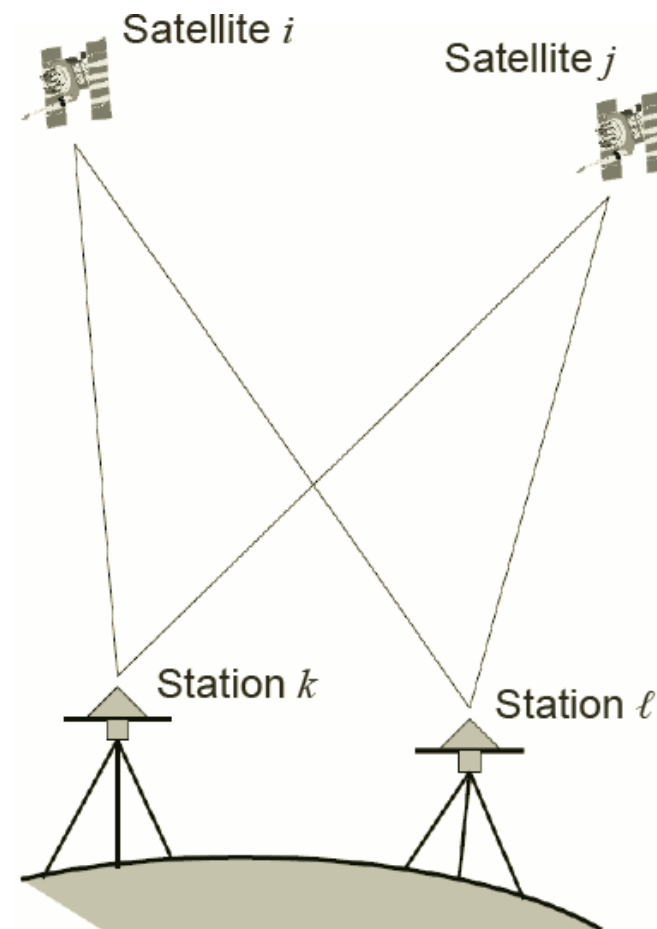
# Двойные разности

Двойные разности (*double differences*) получены путем вычитания двух единичных разностей измерений

$$\begin{aligned}\nabla \Delta L_{kl}^{ij} &= \Delta L_{kl}^i - \Delta L_{kl}^j \\ &= \nabla \Delta \rho_{kl}^{ij} + \nabla \Delta T_{kl}^{ij} - \nabla \Delta I_{kl}^{ij} + \\ &\quad + \lambda \nabla \Delta N_{kl}^{ij} + \nabla \Delta \varepsilon_{kl}^{ij}\end{aligned}$$

Ошибки часов приемника полностью устранены

Компонент неопределенности (ambiguity term) является целым числом у двойных разностей



# Двойные разности

Компонент неопределенности (*ambiguity term*) является целым числом у двойных разностей

$$\begin{aligned}\nabla\Delta b_{AB}^{jk} &= b_A^j - b_B^j - b_A^k + b_B^k = +\lambda(N_A^j - \alpha^j + \alpha_A) \\ &\quad - \lambda(N_B^j - \alpha^j + \alpha_B) \\ &\quad - \lambda(N_A^k - \alpha^k + \alpha_A) \\ &\quad + \lambda(N_B^k - \alpha^k + \alpha_B) \\ &= \lambda(N_A^j - N_B^j - N_A^k + N_B^k) = \lambda\nabla\Delta N_{AB}^{jk}\end{aligned}$$

На практике компонент неопределенности фазовых измерений (phase ambiguity term) может быть выделен как целое число только в двойных разностях

$$\begin{aligned}\sigma(\nabla\Delta\varepsilon_{kl}^{\bar{ij}}) &= \sqrt{\sigma^2(\varepsilon_k^i) + \sigma^2(\varepsilon_l^i) + \sigma^2(\varepsilon_k^j) + \sigma^2(\varepsilon_l^j)} \\ &\cong \sqrt{4\sigma^2(\varepsilon_k^i)} = 2\sigma(\varepsilon_k^i)\end{aligned}$$

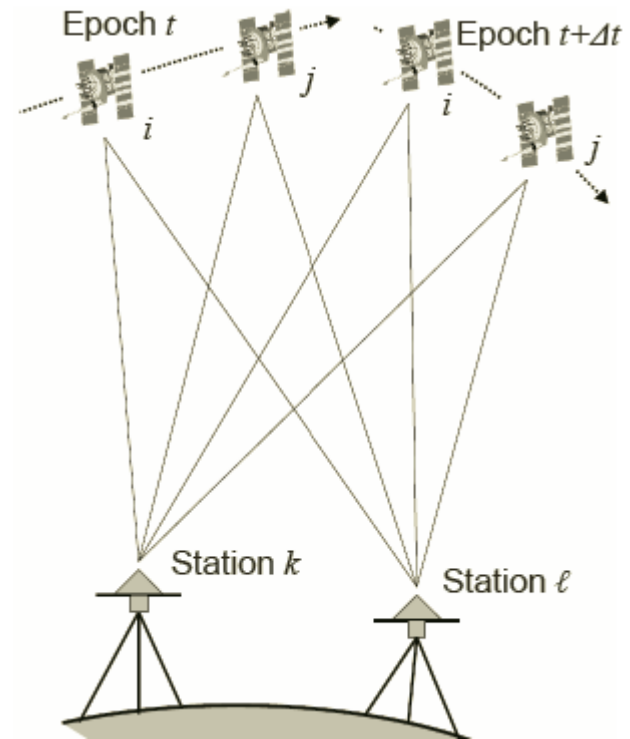


# Тройные разности

*Тройные разности (triple differences)* – разности сигналов двойных разностей между последовательными эпохами.

Тройные разности полезны для идентификации cycle slips, скачков и выбросов.

Шум тройных разностей превосходит шум оригинальных наблюдений в  $2\sqrt{2}$  раза.



# GLONASS разности

Поскольку *частоты*– ГЛОНАСС сигналов специфичны для каждого спутника, то длина волны обозначена индексом спутника.

*Единичные разности* выглядят идентичными GPS, поскольку один спутник и поэтому одна частота используются в этой разности.

При формировании двойных разностей *неопределенность (ambiguity term)*  $\nabla \Delta b_{AB}^{jk}$  у ГЛОНАСС отличается от GPS

$$\begin{aligned}\nabla \Delta b_{AB}^{jk} &= +\lambda^j (N_A^j - \alpha^j + \alpha_A) - \lambda^j (N_B^j - \alpha^j + \alpha_B) \\ &\quad - \lambda^k (N_A^k - \alpha^k + \alpha_A) + \lambda^k (N_B^k - \alpha^k + \alpha_B) \\ &= \lambda^j (N_A^j - N_B^j) - \lambda^k (N_A^k - N_B^k) + (\lambda^j - \lambda^k) (\alpha_A - \alpha_B) \\ &= \lambda^j (N_A^j - N_B^j) - \lambda^j (N_A^k - N_B^k) + (\lambda^j - \lambda^k) (N_A^k - N_B^k) + (\lambda^j - \lambda^k) (\alpha_A - \alpha_B) \\ &= \lambda^j \nabla \Delta N_{AB}^{jk} + \Delta \lambda^{jk} \Delta N_{AB}^k + \Delta \lambda^{jk} (\alpha_A - \alpha_B)\end{aligned}$$

где:  $\Delta \lambda^{jk} = \lambda^j - \lambda^k$



# GLONASS разности

Слагаемое  $\Delta\lambda^{jk}\Delta N_{AB}^k$  ликвидирует свойство равенства целому числу компоненты неопределенности в сигнале двойных разностей.

Слагаемое  $\Delta\lambda^{jk}/\lambda_0$  может быть максимум 0,008 цикла ( $j=1, k=24$ ). Единичная разность неопределенности  $\Delta N_{AB}^k$  может быть оценена с использованием псевдорасстояний с точностью до 200 циклов.

Ошибка слагаемого  $\Delta\lambda^{jk}\Delta N_{AB}^k$  может быть поэтому  $0,008 \cdot 200 = 1,6$  цикла.

$$\Delta\lambda^{jk}(\alpha_A - \alpha_B)$$

Кроме этого, аппаратные задержки (hardware delays) приемника НЕ устранены в двойных разностях. Слагаемое неизвестно и требует оценивания.

Аналогичные сложности возникают при формировании разностей между спутниками различных СНС, т.е. между измерениями *GSP* и *GALILEO* на различных частотах.



# Линейные комбинации

В данном разделе будем использовать упрощенные уравнения наблюдений (*simplified observation equations*) с всеми нерассеивающими слагаемыми включенными в  $\rho'$  и учтем отдельно только ионосферные поправки и неопределенность. Тогда уравнения наблюдения фазы и псевдорасстояний примут вид:

$$L_1 = \rho' - I + \frac{c}{f_1} N_1$$

$$L_2 = \rho' - \frac{f_1^2}{f_2^2} I + \frac{c}{f_2} N_2$$

$$P_1 = \rho' + I + b_1$$

$$P_2 = \rho' + \frac{f_1^2}{f_2^2} I + b_2$$

где:

$$\rho' = \rho + c\delta t_r - c\delta t^s + T$$

Ионосферная коррекция  $I$  приведена к первой частоте.

Дифференциальные погрешности (*differential code biases*) приняты пренебрежимо малыми.



### 3. Линейные комбинации

## 3.1 Ionosphere-free линейная комбинация

Одна из наиболее важных линейных комбинаций для практических целей является без ионосферная линейная комбинация  $LC$ .

Ионосферная поправка пропорциональна  $1/f^2$ . Следовательно измерения на двух частотах могут устранить вклад ионосферы в запаздывание распространение сигнала и устранить эту ошибку (первый порядок) с использованием коэффициентов:

$$\kappa_1 = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} \approx 2.546 \qquad \kappa_2 = -\frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \approx -1.546$$

Для фазовых уравнений, получим:

$$\begin{aligned} LC &= \kappa_1 L_1 + \kappa_2 L_2 = \kappa_1 \rho' + \kappa_1 I + \kappa_1 \frac{c}{f_1} N_1 + \kappa_2 \rho' + \kappa_2 \frac{f_1^2}{f_2^2} I + \kappa_2 \frac{c}{f_2} N_2 \\ &= (\kappa_1 + \kappa_2) \rho' + (\kappa_1 + \kappa_2 \frac{f_1^2}{f_2^2}) I + \kappa_1 \frac{c}{f_1} N_1 + \kappa_2 \frac{c}{f_2} N_2 \\ &= \rho' + \frac{c}{f_1^2 - f_2^2} (f_1 N_1 - f_2 N_2) \end{aligned}$$





### 3. Линейные комбинации

## 3.1 Ionosphere-free линейная комбинация

Для уравнений фазовых измерений и псевдорасстояний, получим:

$$LC = \rho' + \frac{c}{f_1^2 - f_2^2} (f_1 N_1 - f_2 N_2)$$

$$PC = \rho' + \kappa_1 b_1 + \kappa_2 b_2$$

Важно что единицы измерений также метры, т.к.  $\kappa_1 + \kappa_2 = 1$ .

Линейная комбинация содержит геометрию, а также коррекцию часов (*clock corrections*), тропосферные коррекции (*troposphere corrections*) и для фазовых измерений фазовую неопределенность (*phase ambiguities*).

Шум данной комбинации примерно в 3 раза выше чем шум основных частот

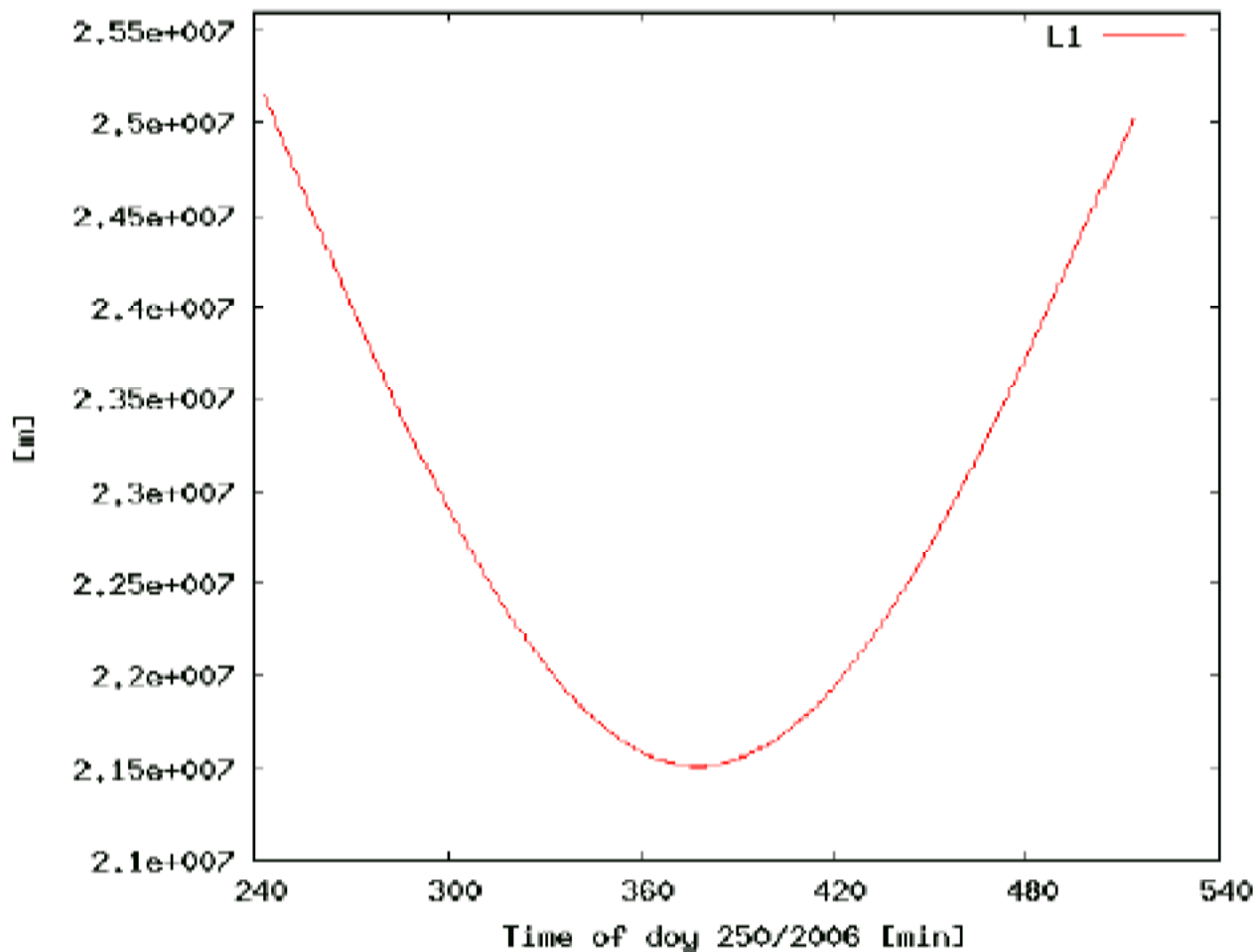
$$\sigma(LC) = \frac{\sqrt{f_1^4 + f_2^4}}{f_1^2 - f_2^2} \cdot \sigma(L) = 2.978 \cdot \sigma(L)$$



### 3. Линейные комбинации

## 3.1 Ionosphere-free линейная комбинация

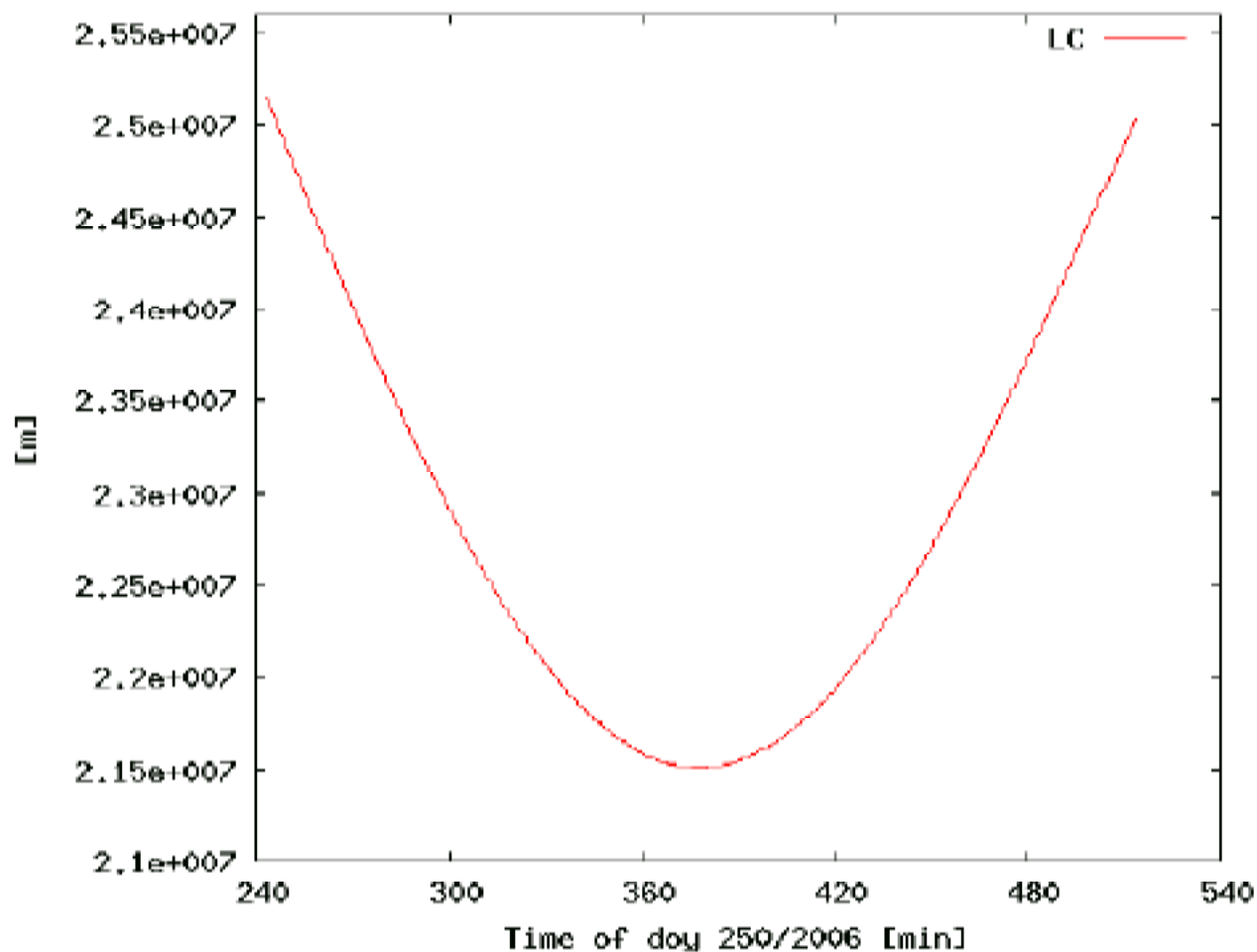
Ionosphere-free линейная комбинация, фазовые измерения LC, Wettzell, PRN 02



### 3. Линейные комбинации

## 3.1 Ionosphere-free линейная комбинация

Фазовые измерения L1, Wetzell, PRN 02



### 3. Линейные комбинации

## 3.2 Geometry-free линейная комбинация

Не содержащая геометрического расстояния между спутником и приемником (geometry-free) или ионосферная линейная комбинация  $LI$  и  $PI$  может быть определена как разность оригинальных измерений:

$$LI = L_1 - L_2 = -I \left( 1 - \frac{f_1^2}{f_2^2} \right) + \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2$$

$$PI = P_1 - P_2 = I \left( 1 - \frac{f_1^2}{f_2^2} \right) + b_1 - b_2$$

Геометрия, коррекция часов (*clock corrections*) и нерассеивающие ошибки удалены и только ионосферные коррекции и неопределенность фазы остались.

Ионосферные слагаемые в geometry-free линейной комбинации для псевдорасстояний и измерений фазы имеют различный знак.

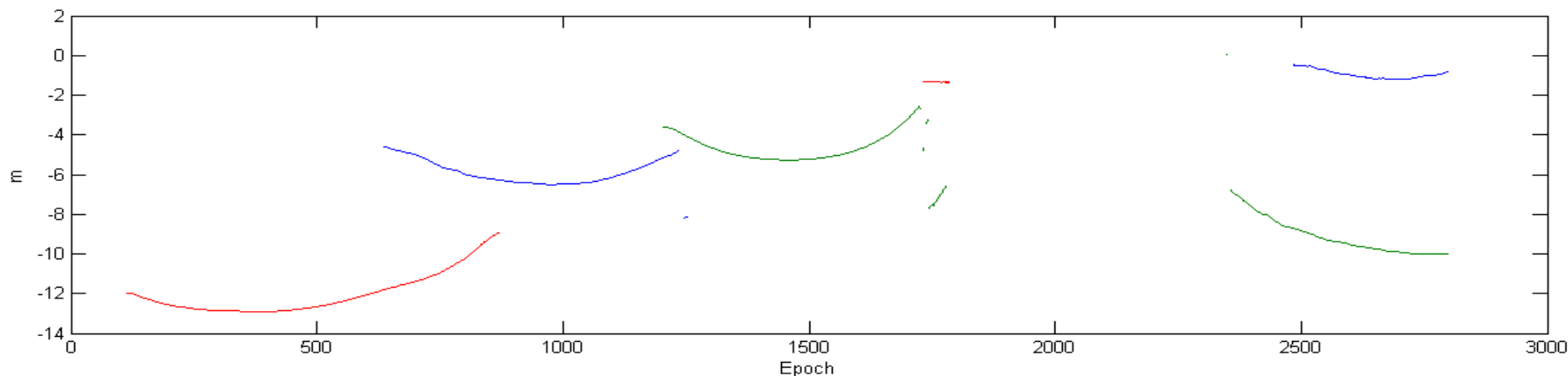
Данная линейная комбинация хорошо подходит для определения ионосферных изменений (*ionospheric variations*), т.е. параметров модели ионосферы.



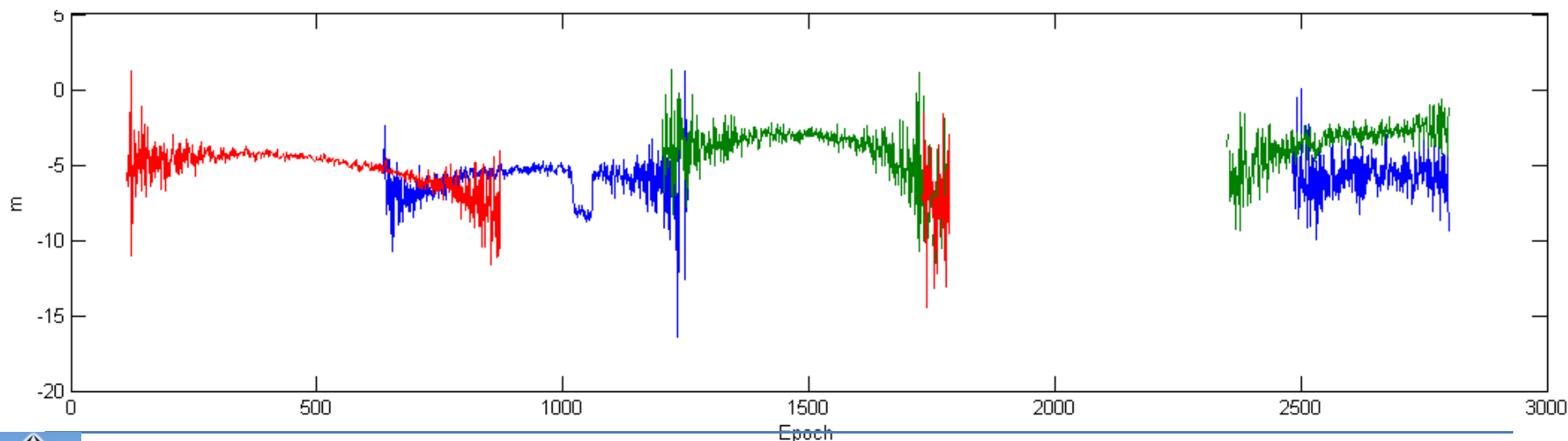
### 3. Линейные комбинации

## 3.2 Geometry-free линейная комбинация

Geometry-free линейная комбинация, фазовые измерения, ZIMJ, PRN 01, 02, 03



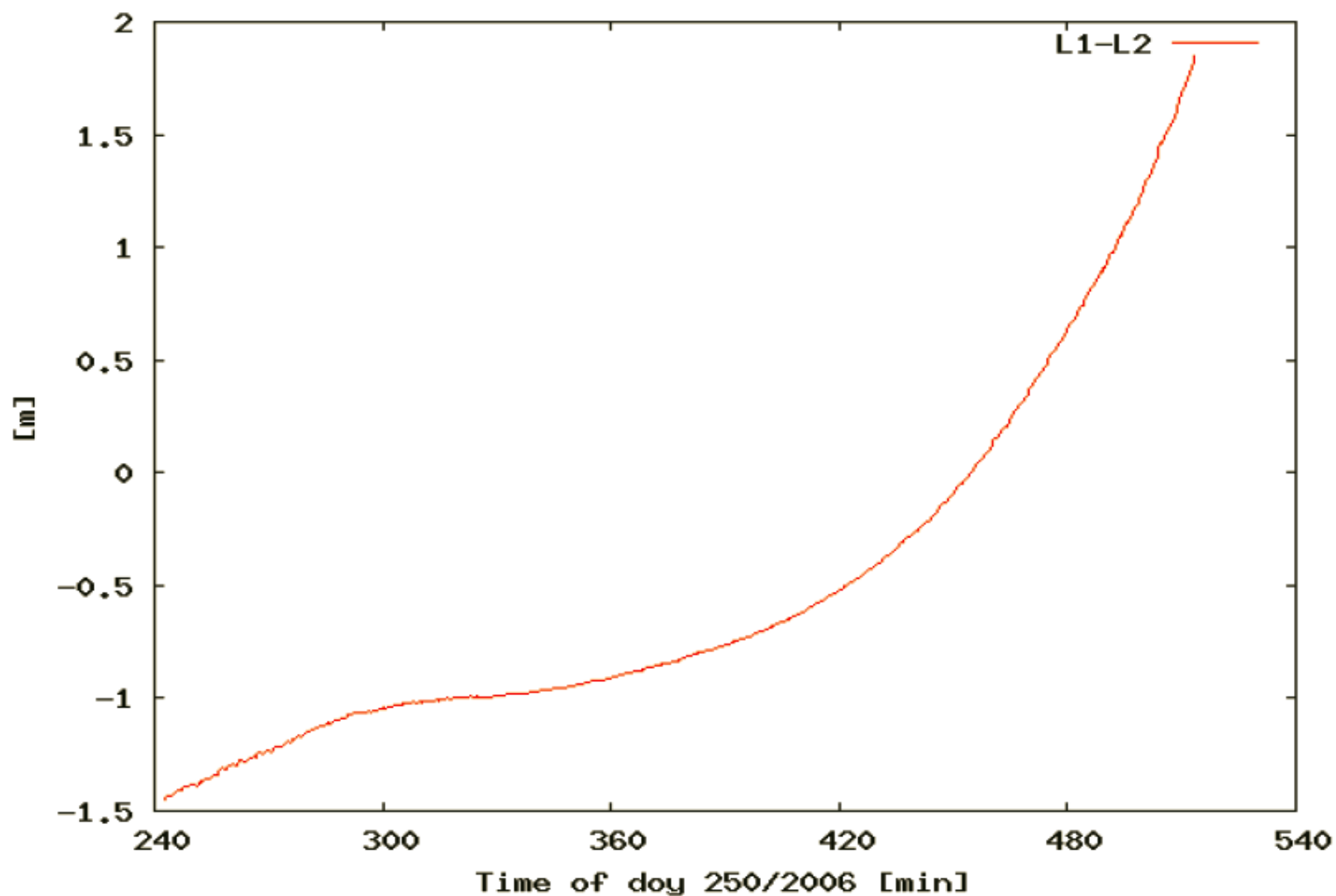
Geometry-free линейная комбинация, псевдорасстояния, ZIMJ, PRN 01, 02, 03



### 3. Линейные комбинации

## 3.2 Geometry-free линейная комбинация

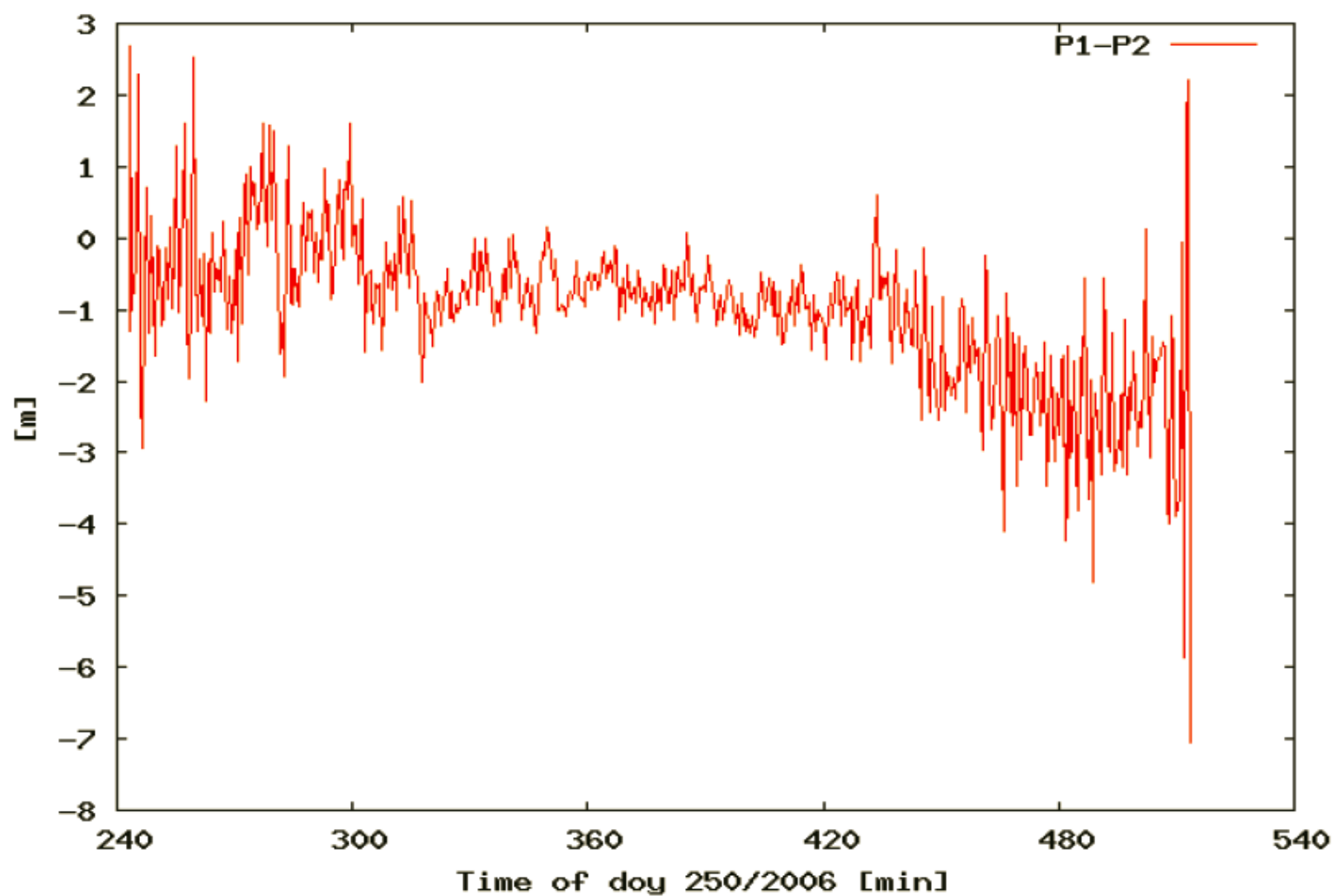
Geometry-free linear combination, phase L1, Wettzell, PRN 02



### 3. Линейные комбинации

## 3.2 Geometry-free линейная комбинация

Geometry free linear combination, pseudorange PI, Wetzell, PRN 02



### 3. Линейные комбинации

## 3.3 Widelane линейная комбинация

Widelane линейная комбинация  $LW$  определена как:

$$LW = \frac{f_1}{f_1 - f_2} L_1 - \frac{f_2}{f_1 - f_2} L_2 = \rho' - \frac{f_1}{f_2} I + \frac{c}{f_1 - f_2} (N_1 - N_2)$$
$$PW = \frac{f_1}{f_1 + f_2} P_1 + \frac{f_2}{f_1 + f_2} P_2 = \rho' - \frac{f_1}{f_2} I + \frac{f_1 b_1 + f_2 b_2}{f_1 + f_2}$$

Важно, что различные знаки в знаменателях для фазовых измерений и псевдорастояний.

Шум  $LW$  превосходит норму в 5,74 раза; Шум  $PW$  меньше в 0,71 раза.

Слагаемое неопределенности (ambiguity term) может быть определен как целое число  $N_1 - N_2$ , умноженное на длину волны.

$$\lambda_{WL} = \frac{c}{f_1 - f_2} \cong 86\text{cm}$$

Большие длины волн упрощают поиск малых скачков (small cycle slips).

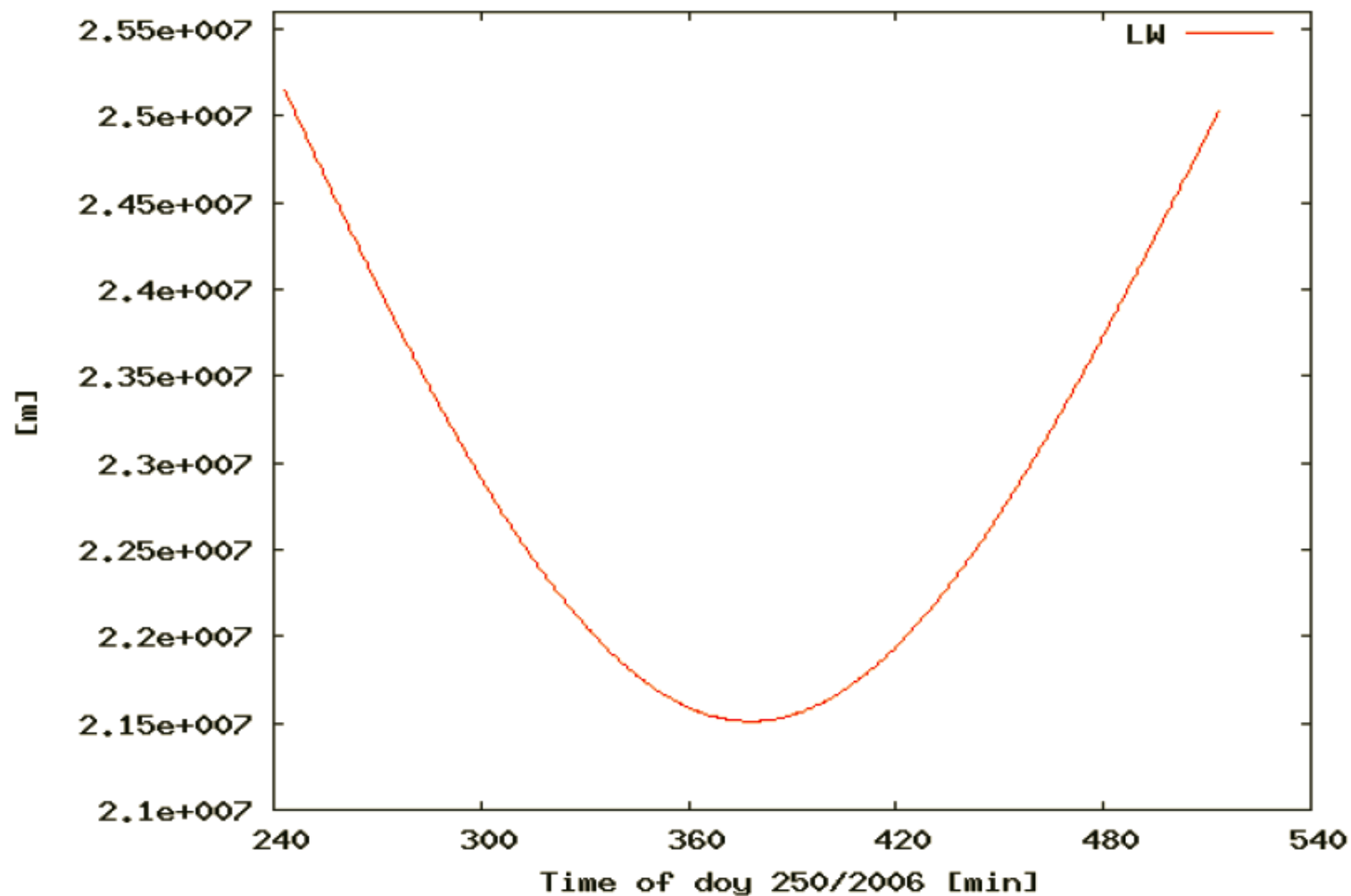




### 3. Линейные комбинации

## 3.3 Widelane линейная комбинация

Widelane linear combination, phase LW, Wettzell, PRN 02



### 3. Линейные комбинации

## 3.4 Melbourne-Wübbena линейная комбинация

Melbourne-Wübbena линейная комбинация  $MW$  – разница между измерениями фазы wideband комбинации и псевдорасстояний в wideband линейной комбинации:

$$MW = LW - PW = \frac{c}{f_1 - f_2} (N_1 - N_2) + b$$

Присутствуют только скачки (cycle slips). Геометрия, коррекция часов, нерассеивающие и рассеивающие ошибки удалены.

Данная линейная комбинация поэтому замечательно подходит для идентификации скачков на значительных больших базовых расстояниях.

С течением времени линейная комбинация без скачков фазы остается на постоянном уровне.

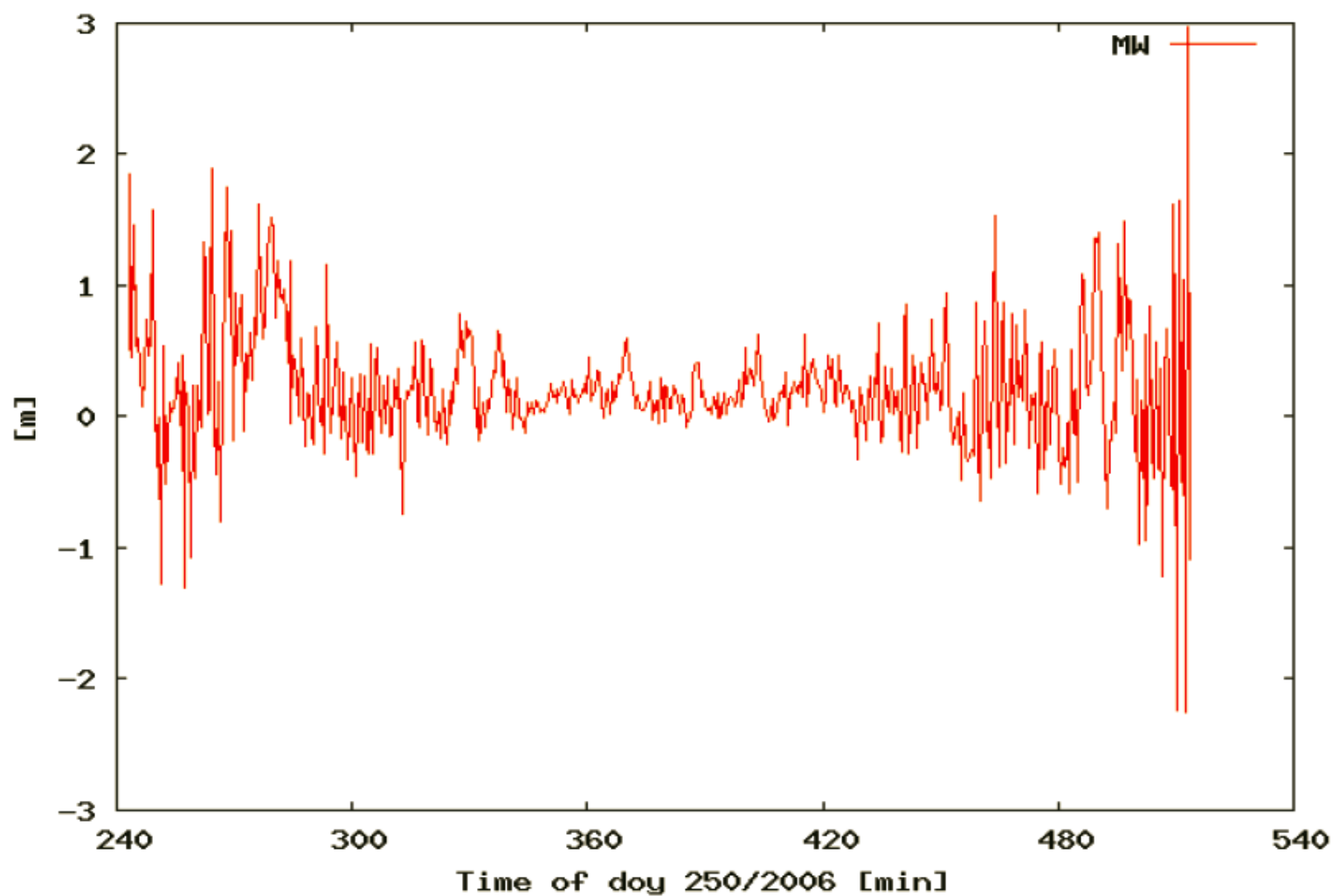
Расплата за эти функции – большой шум, который обеспечивается шумам псевдорасстояний (0,71 оригинального шума). Таким образом, качество линейной комбинации идентификации скачков критично зависит от качества приема приемником псевдорасстояний.



### 3. Линейные комбинации

## 3.4 Melbourne-Wübbena линейная комбинация

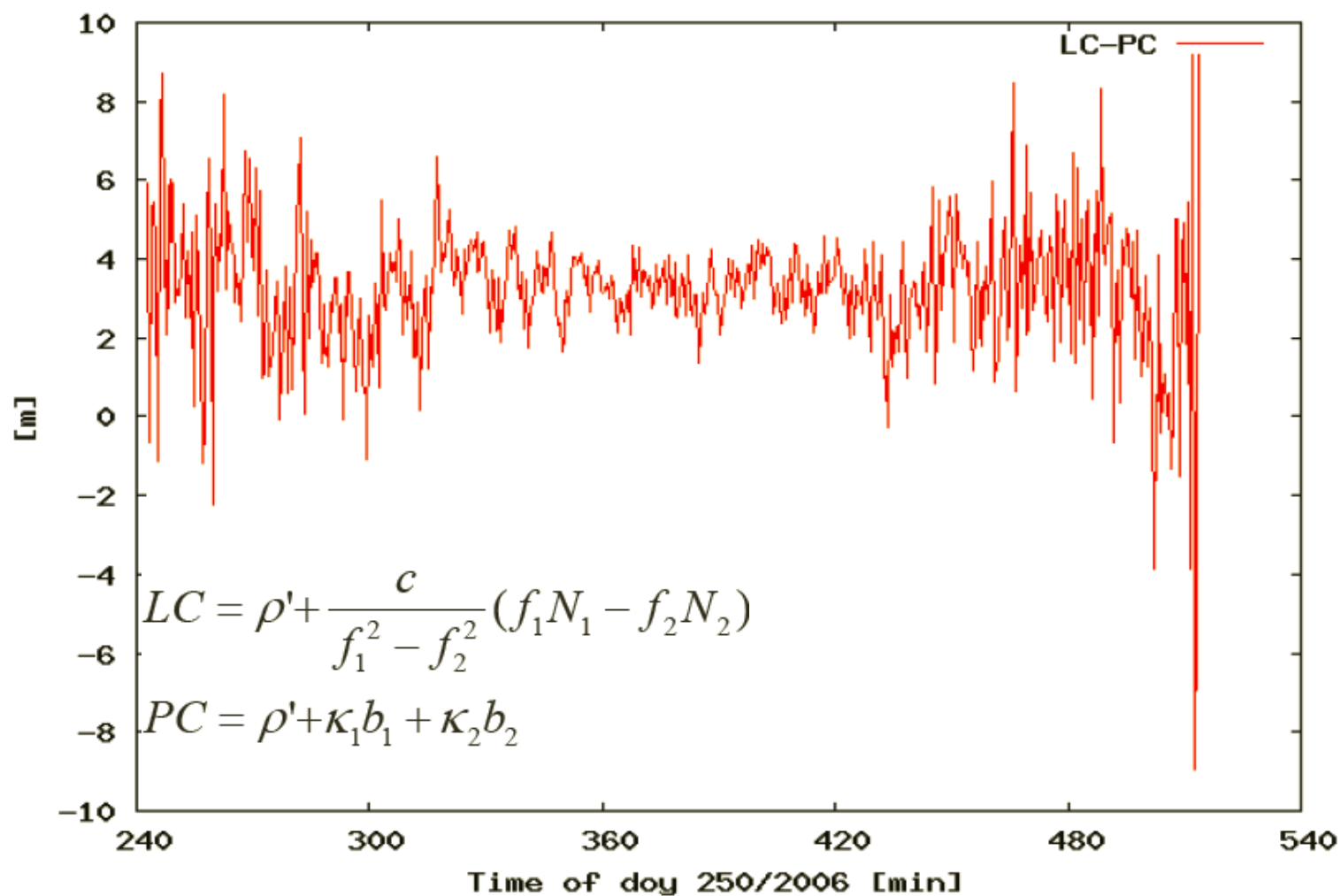
Melbourne-Wübbena linear combination MW, Wettzell, PRN 02



### 3. Линейные комбинации

## 3.4 Melbourne-Wübbena линейная комбинация

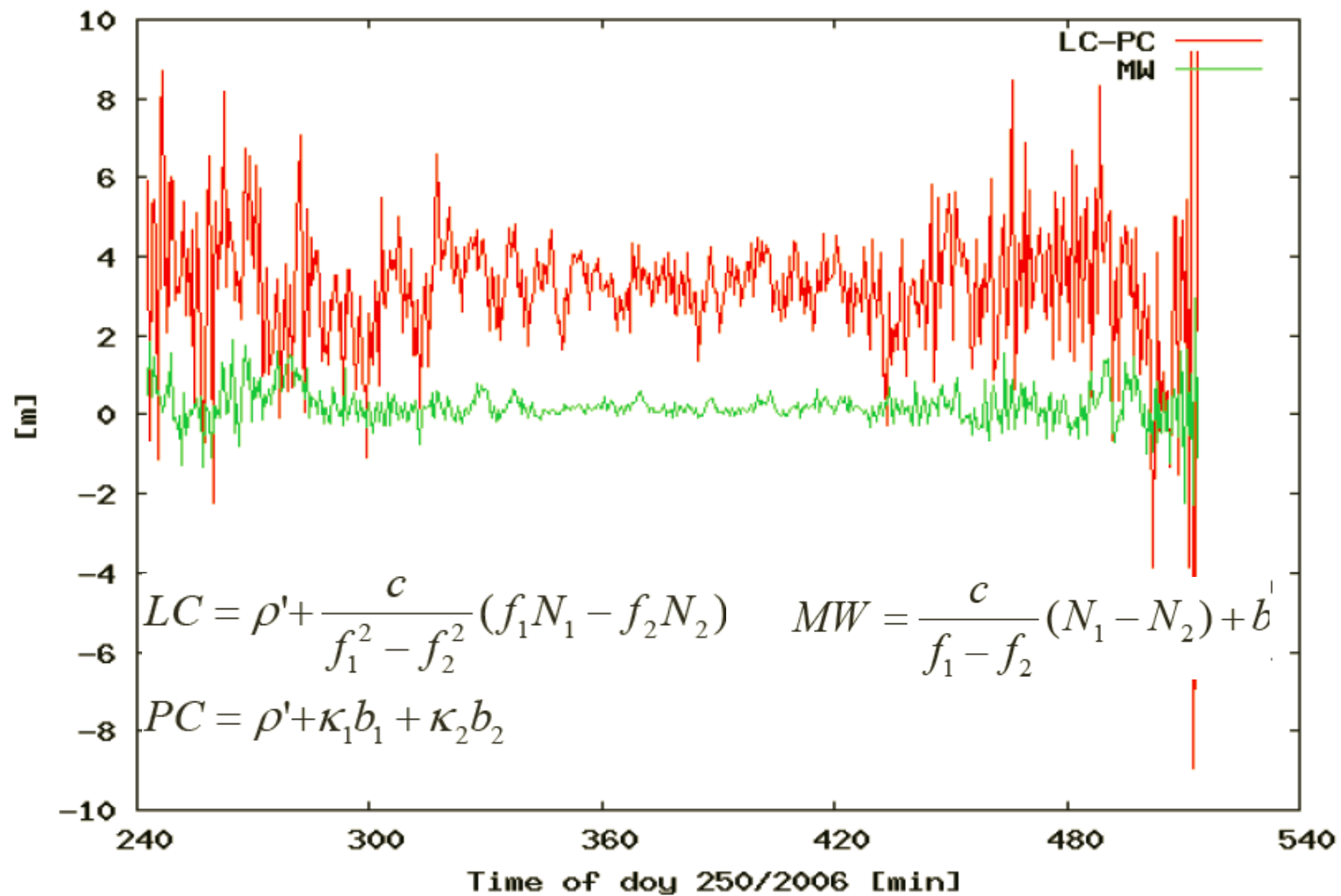
Linear combination LC-PC, Wettzell, PRN 02



### 3. Линейные комбинации

## 3.4 Melbourne-Wübbena линейная комбинация

Melbourne-Wübbena vs. LC-PC, Wettzell, PRN 02



### 3. Линейные комбинации

## 3.5 Multipath линейная комбинация

*Multipath* – интерференция прямого непосредственного сигнала с отраженными сигналами, вызывающая запаздывание основного сигнала.

Multipath может исказить псевдорасстояния на десятки метров, и максимум до 5 сантиметров в случае фазовых измерений.

Мы можем добавить соответствующие слагаемые  $M_1$  и  $M_2$  в уравнения для псевдорасстояний

$$L_1 = \rho' - I + \frac{c}{f_1} N_1$$

$$L_2 = \rho' - \frac{f_1^2}{f_2^2} I + \frac{c}{f_2} N_2$$

$$P_1 = \rho' + I + M_1$$

$$P_2 = \rho' + \frac{f_1^2}{f_2^2} I + M_2$$



### 3. Линейные комбинации

## 3.5 Multipath линейная комбинация

Сформируем следующие линейные комбинации фазовых измерений

$$\frac{f_1^2+f_2^2}{f_1^2-f_2^2} L_1 - \frac{2f_2^2}{f_1^2-f_2^2} L_2 = \rho' + I + \frac{f_1^2+f_2^2}{f_1^2-f_2^2} \lambda_1 N_1 - \frac{2f_2^2}{f_1^2-f_2^2} \lambda_2 N_2$$

$$\frac{2f_1^2}{f_1^2-f_2^2} L_1 - \frac{f_1^2+f_2^2}{f_1^2-f_2^2} L_2 = \rho' + \frac{f_1^2}{f_2^2} I + \frac{2f_1^2}{f_1^2-f_2^2} \lambda_1 N_1 - \frac{f_1^2+f_2^2}{f_1^2-f_2^2} \lambda_2 N_2$$

Можно наблюдать, что знак ионосферной компоненты изменен. Благодаря этому возможно устранить  $\rho'$  и  $I$  из уравнений псевдорасстояний:

$$MP_1 = P_1 - \left( \frac{f_1^2+f_2^2}{f_1^2-f_2^2} L_1 - \frac{2f_2^2}{f_1^2-f_2^2} L_2 \right) = M_1 - \left( \frac{f_1^2+f_2^2}{f_1^2-f_2^2} \lambda_1 N_1 - \frac{2f_2^2}{f_1^2-f_2^2} \lambda_2 N_2 \right)$$

$$MP_2 = P_2 - \left( \frac{2f_1^2}{f_1^2-f_2^2} L_1 - \frac{f_1^2+f_2^2}{f_1^2-f_2^2} L_2 \right) = M_2 - \left( \frac{2f_1^2}{f_1^2-f_2^2} \lambda_1 N_1 - \frac{f_1^2+f_2^2}{f_1^2-f_2^2} \lambda_2 N_2 \right)$$

Представленные линейные комбинации содержат multipath и постоянное смещение из-за неопределенностей.

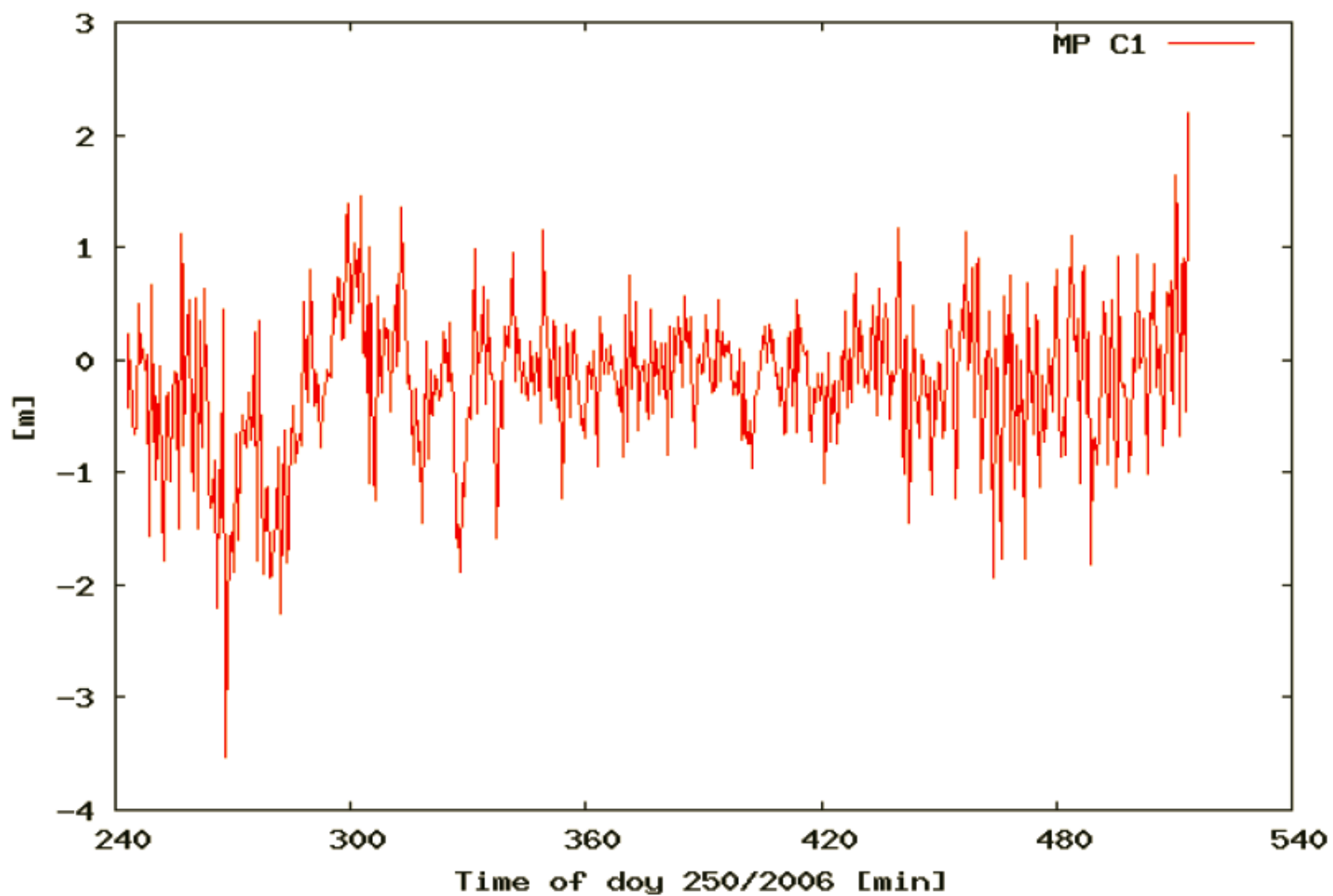
Эта же линейная комбинация может использоваться для расчета шума различных измерений псевдорасстояний.



### 3. Линейные комбинации

## 3.5 Multipath линейная комбинация

C1 multipath linear combination, Wettzell, PRN 02

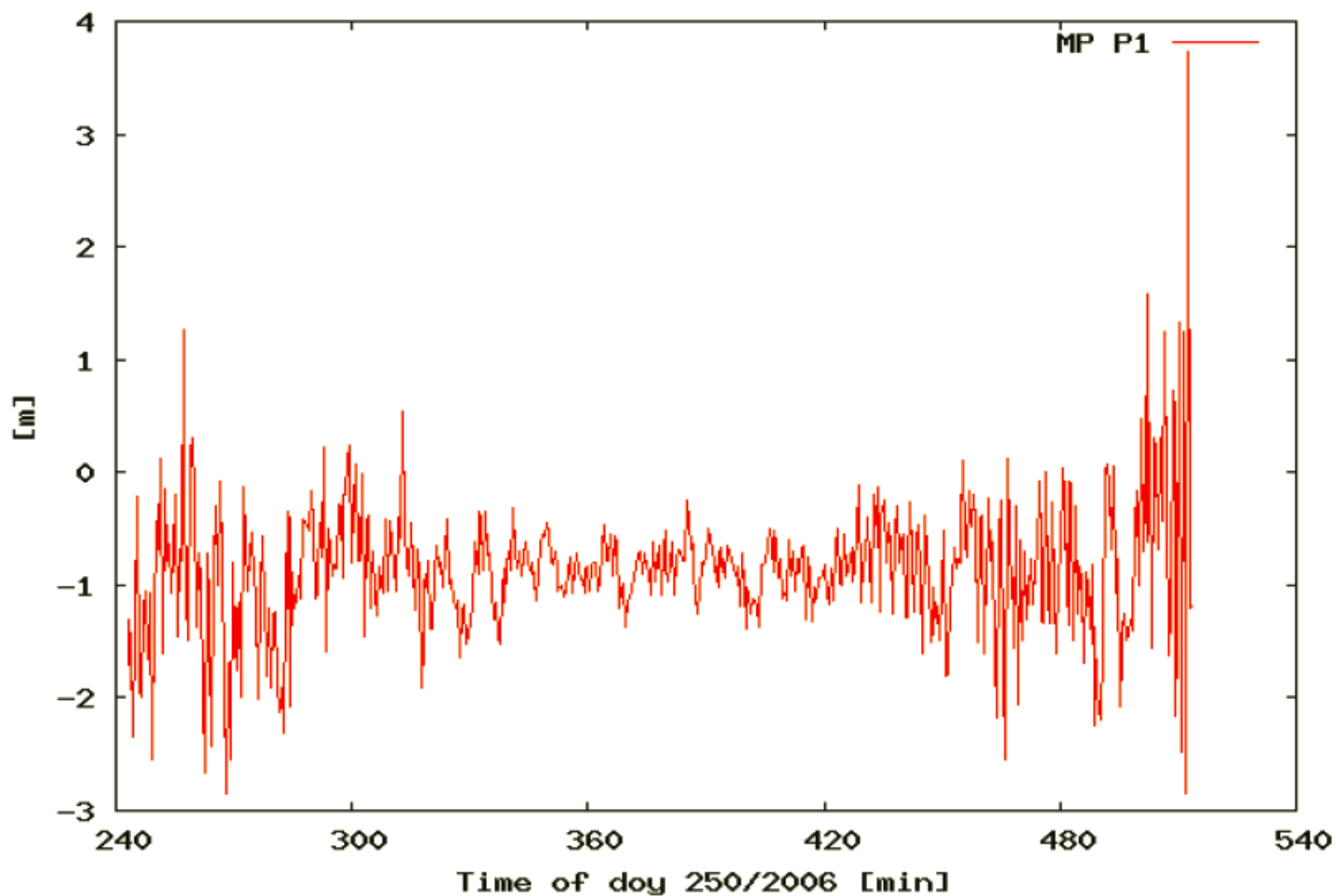




### 3. Линейные комбинации

## 3.5 Multipath линейная комбинация

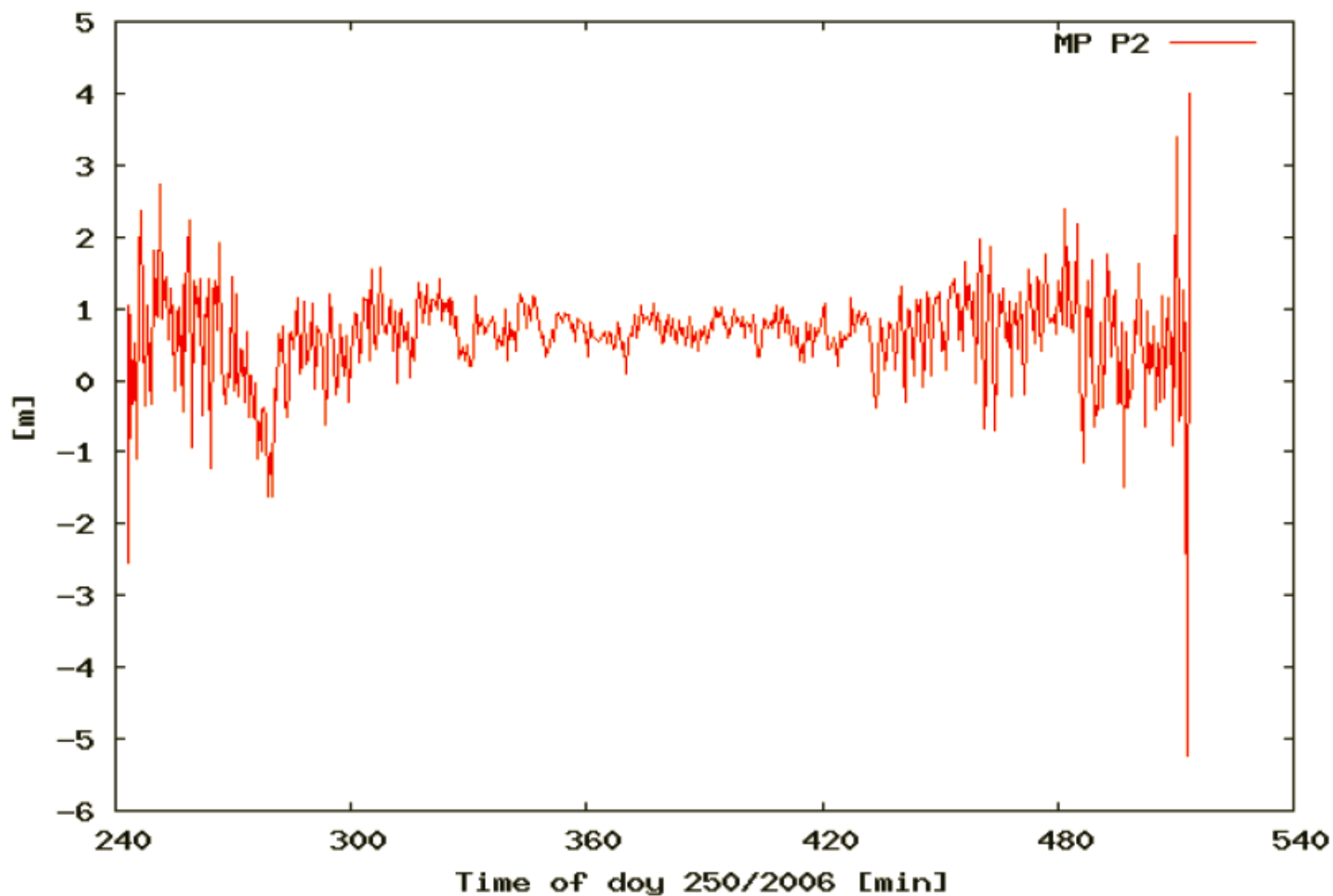
P1 multipath linear combination, Wetzell, PRN 02



### 3. Линейные комбинации

## 3.5 Multipath линейная комбинация

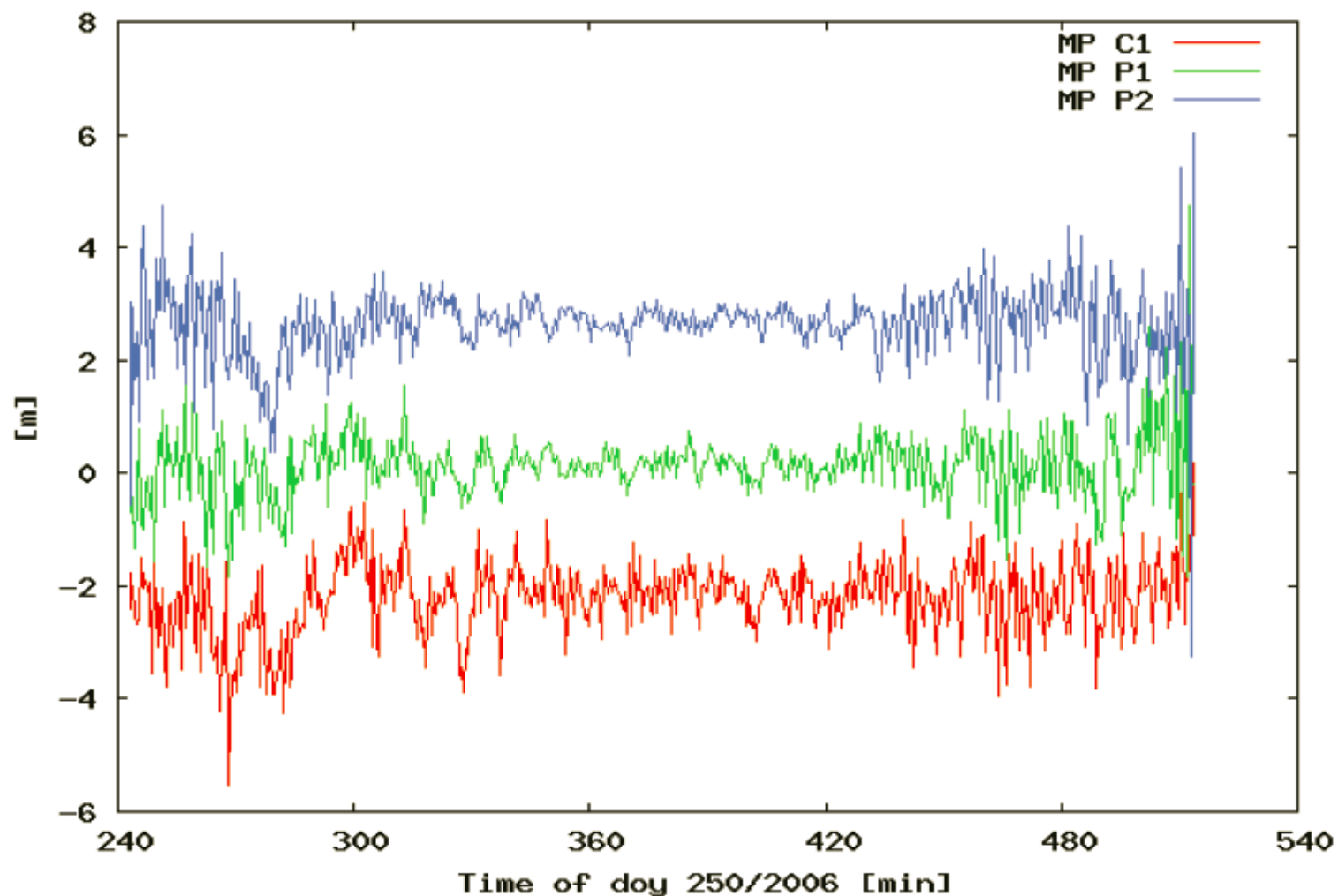
P2 multipath linear combination, Wetzell, PRN 02



### 3. Линейные комбинации

## 3.5 Multipath линейная комбинация

Multipath linear combinations, Wettzell, PRN 02



# 4. Атмосферные преломления

Когда электромагнитная волна проходит сквозь среду, то электроны в среде возбуждаются. Индуцируемое излучение взаимодействует с первичным излучением и вызывает изменения скорости распространения и как следствие направление распространения волны. Этот эффект называют *преломлением* – *refraction*.

Различают:

*фазовую скорость* – скорость точек волны

$$v_{ph} = f\lambda$$

*групповую скорость* – скорость группы волн.

$$v_{gr} = -\frac{df}{d\lambda} \lambda^2$$

Только композиция волн с различными длинами волн может переносить информацию (с использованием модуляции). Монохроматическая волна не может переносить информацию. Поэтому для распространения сигналов особую важность имеет *групповая скорость*.

Уравнение Релея (Raleigh)

$$v_{gr} = v_{ph} - \lambda \frac{dv_{ph}}{d\lambda}$$



# 4. Атмосферные преломления

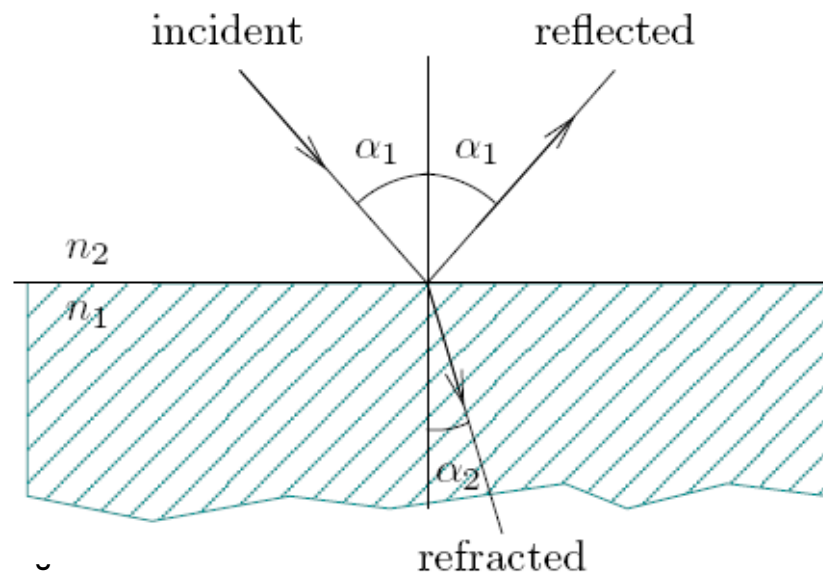
*Коэффициент преломления* электромагнитного сигнала зависит от атмосферы и частоты сигнала.

$$n = \frac{c}{v}$$

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2$$

$$n_{ph} = \frac{c}{v_{ph}}$$

$$n_{gr} = \frac{c}{v_{gr}}$$



Дифференцируя коэф. преломления фазовой скорости по длине волны  $n_{ph}$  из уравнения Релея получим:

$$n_{gr} = n_{ph} - \lambda \frac{dn_{ph}}{d\lambda}$$

$$n_{gr} = n_{ph} + f \frac{dn_{ph}}{df}$$



# 4. Атмосферные преломления

---

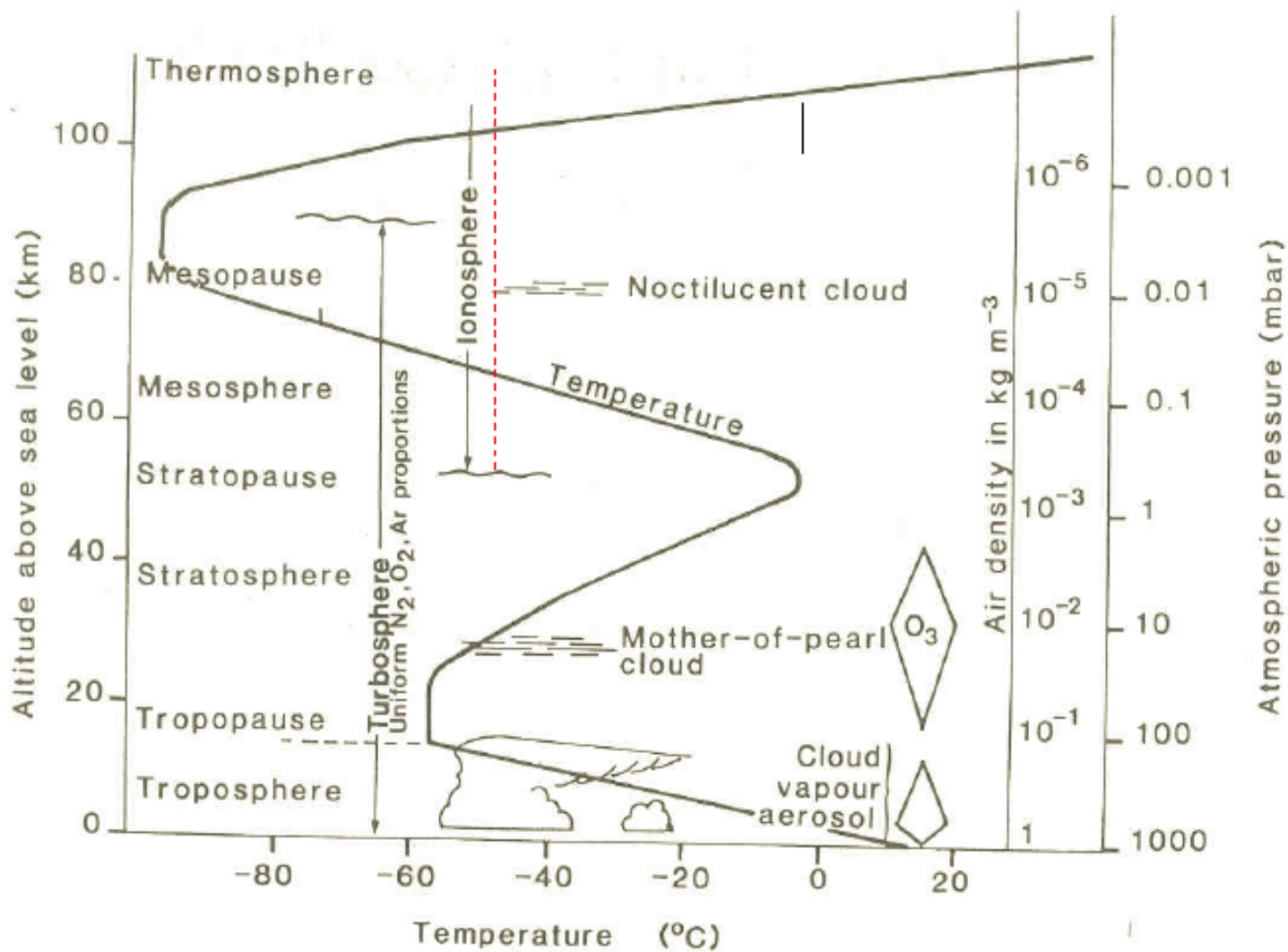
Атмосферная оболочка Земли играет огромную роль в распространении электромагнитных волн.

– *Тропосфера*, нейтральная атмосфера, нижний слой атмосферы (до высоты примерно 20 км). На распространение сигналов главным образом влияет температура, давление и влажность. Преломления не зависят от частоты сигнала

- *Ионосфера*, верхняя часть атмосферы, приблизительно между 70 и 1000 км. На распространение сигнала главным образом влияет число заряженных частиц. Преломления зависят от частоты сигнала.

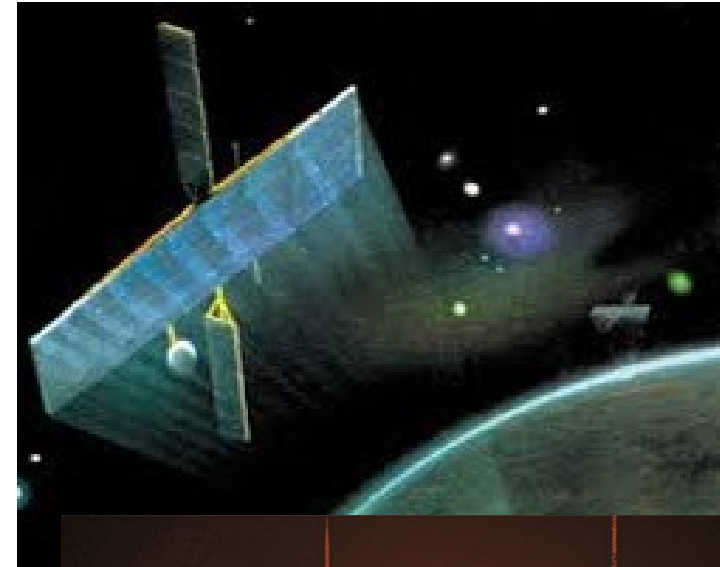


# 4. Атмосферные преломления



# Запуск СНС Бэйдоу

- Китай осуществил успешный запуск восьмого спутника национальной навигационной системы "Бэйдоу" - китайский аналог американской GPS и российской ГЛОНАСС – передает агентство "Синьхуа". Космический аппарат на орбиту вывел ракетоноситель серии "Великий поход - 3А".
- Запуск спутника был совершен 10.04.2011 в 4.47 по местному времени (00.47 мск) с космодрома Сичан на юго-западе Китая.
- Реализация проекта "Бэйдоу" началась в 2000г., первый спутник был выведен на орбиту в 2007г. Согласно планам создателей, жители Азиатско-Тихоокеанского региона смогут воспользоваться ее услугами уже в 2012г.. Окончательное формирование навигационной системы, когда она будет покрывать весь мир, должно завершиться к 2020г.
- В настоящее время Китай с помощью национальной навигационной системы уже осуществляет мониторинг в области лесного и водного хозяйства, транспорта, предотвращения и ликвидации последствий стихийных бедствий. Отмечается, что информация со спутников системы "Бэйдоу" уже применялась специалистами КНР в ходе ликвидации разрушительного землетрясения в Сычуани в мае 2008г., а также в провинции Цинхай в апреле прошлого года.



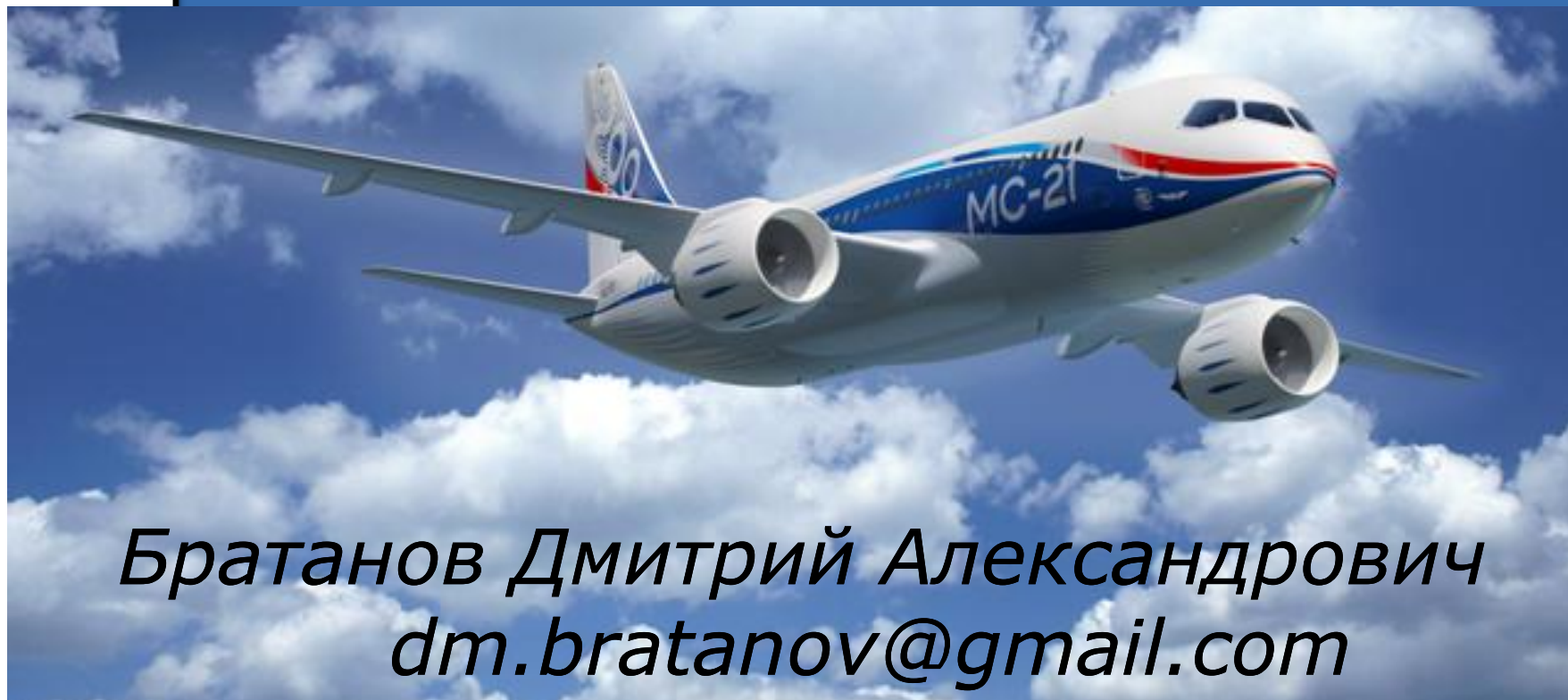
Читать полностью:

<http://top.rbc.ru/society/10/04/2011/573637.shtml>





# Автоматическое управление Летательными Аппаратами и Центральные Навигационные Системы



*Братанов Дмитрий Александрович*  
*[dm.bratanov@gmail.com](mailto:dm.bratanov@gmail.com)*

